

一般入学試験 数学 2月4日

I (1) $y = x^2 - 7x + 11$

$$= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + \frac{44}{4}$$

$$= \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

よって、この2次関数の最小値は $-\frac{5}{4}$ 、このときの x の値は $\frac{7}{2}$ である。

- (2) 2次関数のグラフ $y = x^2 - 7x + 11$ と x 軸との共有点の x 座標は、2次方程式 $x^2 - 7x + 11 = 0$ の解として求められる。解の公式より、

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \times 1 \times 11}}{2 \times 1} = \frac{7 \pm \sqrt{5}}{2}$$

よって、共有点の座標は $A\left(\frac{7 - \sqrt{5}}{2}, 0\right)$ 、 $B\left(\frac{7 + \sqrt{5}}{2}, 0\right)$ である。

- (3) $f(x) = x^2 - 7x + 11$ とし、接線の方程式を $y = ax + b$ とおく。

$f'(x) = 2x - 7$ より $f'(1) = 2 \times 1 - 7 = -5$ なので、接線の方程式の傾きは $a = -5$ とわかる。

接線の方程式 $y = -5x + b$ は点 $C(1, 5)$ を通るので、 $5 = -5 \times 1 + b$ より $b = 10$ が求められる。

よって、接線の方程式は $y = -5x + 10$

II

- (1) 売上金額： $180x + 150y$

- (2) いちご果肉とバナナ果肉の制約式は

$$\text{いちご果肉：} 120x + 45y \leq 5400$$

$$\text{バナナ果肉：} 60x + 135y \leq 6300$$

$$4x + 9y \leq 360$$

である。

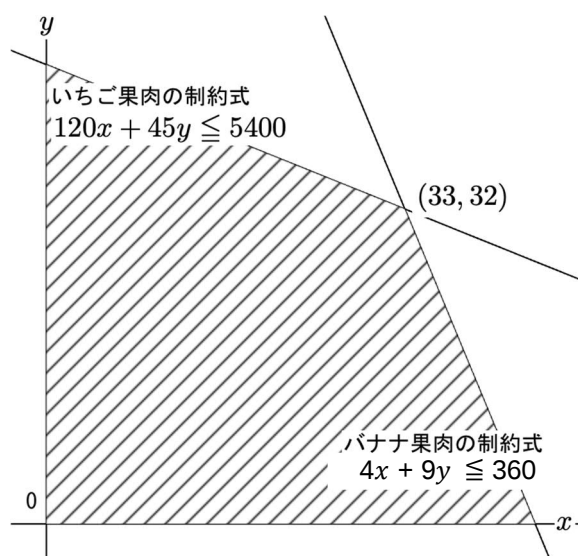
- (3) $120x + 45y \leq 5400$

$$60x + 135y \leq 6300$$

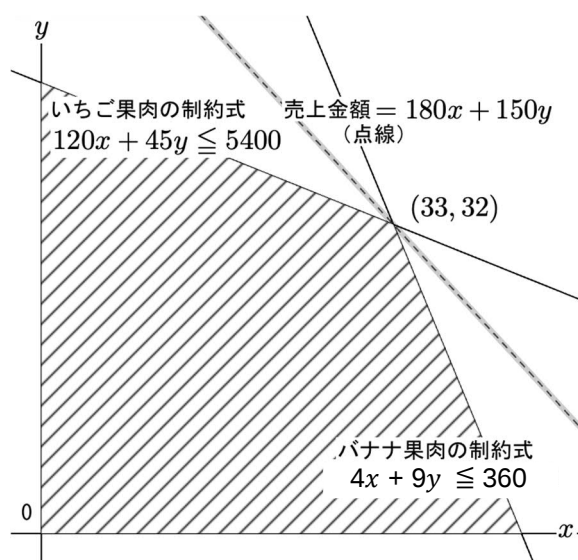
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

を同時に満たすのは以下の図の網掛け部分となる。



(4) 売上金額を k とすると (3) を満たす領域内で $k = 180x + 150y$ となる最大の k を求める。
 下図の点線は売上金額を表すグラフであり、売上金額 k が大きくなると上に移動する。売上金額を表すグラフが (3) の領域を満たす最大値は (33, 32) で接するときであり、 $k = 18,000$ となる。したがって、 $(x, y) = (33, 32)$ のとき、最大の売り上げ 10,740 円となる。



III

(1) 合計 12 個であり、同時に 4 個の玉を取り出すから、 ${}_{12}C_4=495$

全色出るのは、{白 1, 赤 1, 青 2} {白 1, 赤 2, 青 1} {白 2, 赤 1, 青 1} の 3 パターンあり、

$${}_3C_1 \times {}_4C_1 \times {}_5C_2 + {}_3C_1 \times {}_4C_2 \times {}_5C_1 + {}_3C_2 \times {}_4C_1 \times {}_5C_1 = 270 \text{ より、} \frac{6}{11}$$

また、1 色となるのは、赤か青だから、 ${}_4C_4 + {}_5C_4 = 6$ より、 $\frac{2}{165}$

$$\text{これらより、} 1 - \left(\frac{6}{11} + \frac{2}{165} \right) = \frac{219}{495}$$

$$= \frac{73}{165}$$

$$(2) 219 - ({}_3C_1 \times {}_5C_3 + {}_3C_2 \times {}_5C_2 + {}_3C_3 \times {}_5C_1) = 154 \text{ より、} \frac{154}{495}$$

$$= \frac{14}{45}$$

IV

(1) 初項を a と公比を r とすると、第 4 項が 3 であるから $ar^3 = 3$

第 6 項が 9 であるから $ar^5 = 9$

これらの式から、 $r^2 = 3$ ゆえに、 $r = \pm\sqrt{3}$

$r = \sqrt{3}$ を $ar^3 = 3$ に代入して a の値を求めると、 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$r = -\sqrt{3}$ を $ar^3 = 3$ に代入して a の値を求めると、 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

したがって、初項 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 、公比 $\sqrt{3}$ または 初項 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 、公比 $-\sqrt{3}$

(2) 数列 $(2 - 3x)^n$ が収束するための条件は $-1 < 2 - 3x \leq 1$

$-1 < 2 - 3x$ から $x < 1$ 、 $2 - 3x \leq 1$ から $x \geq \frac{1}{3}$

よって、 x の値の範囲は $\frac{1}{3} \leq x < 1$

また、極限值は、 $2 - 3x = 1$ すなわち $x = \frac{1}{3}$ のとき 1

$-1 < 2 - 3x < 1$ すなわち $\frac{1}{3} < x < 1$ のとき 0