

I (1) 二項定理により、 $(x+2)^5$ の展開式の一般項は ${}_5C_r x^{5-r} \cdot 2^r$ と表せる。ただし、

$r = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ である。

x^2 (あるいは $x^2 \cdot 2^3$) の項は $r = 3$ のときなので、

$${}_5C_3 x^{5-3} \cdot 2^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} \cdot 8x^2 = 80x^2$$

よって、 x^2 の係数は80である。

(2)

$$\begin{aligned}(x+2)^5 &= {}_5C_0 x^{5-0} \cdot 2^0 + {}_5C_1 x^{5-1} \cdot 2^1 + {}_5C_2 x^{5-2} \cdot 2^2 + {}_5C_3 x^{5-3} \cdot 2^3 + {}_5C_4 x^{5-4} \cdot 2^4 + {}_5C_5 x^{5-5} \cdot 2^5 \\ &= x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32\end{aligned}$$

(3) $(x+2)^5$ に $x=2$ を代入すると、

$$\begin{aligned}&{}_5C_0 2^{5-0} \cdot 2^0 + {}_5C_1 2^{5-1} \cdot 2^1 + {}_5C_2 2^{5-2} \cdot 2^2 + {}_5C_3 2^{5-3} \cdot 2^3 + {}_5C_4 2^{5-4} \cdot 2^4 + {}_5C_5 2^{5-5} \cdot 2^5 \\ &= 2^5({}_5C_0 + {}_5C_1 + {}_5C_2 + {}_5C_3 + {}_5C_4 + {}_5C_5)\end{aligned}$$

II

(1) x : 英語の得点, y : 国語の得点

$$\bar{x} = \frac{1}{50}(4 \times 25 + 6 \times 25) = 5$$

$$\bar{y} = \frac{1}{50}(10 \times 10) = 2$$

$$(2) S_{x^2} = \frac{1}{50}(16 \times 25 + 36 \times 25) - 25 = 1$$

$$S_{y^2} = \frac{1}{50}(100 \times 10) - 2^2 = 16$$

$$(3) S_{xy} = \frac{1}{50} \sum x_k y_k - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$= \frac{1}{50} \times 4 \times 10 \times 10 - 10 = -2$$

(4)

$$r_{xy} = \frac{-2}{1 \times 4} = -0.5$$

III

$$(1) \cos A = \frac{49+64-81}{2 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{2}{7}$$

$$(2) \sin A = \sqrt{1 - \frac{4}{49}} = \frac{3\sqrt{5}}{7} \text{ 且 } \eta$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \frac{3\sqrt{5}}{7} = 12\sqrt{5}$$

$$(3) \frac{r}{2}(7+8+9) = 12r = 12\sqrt{5}$$

$$r = \sqrt{5}$$

$$(4) R = \frac{BC}{2\sin A}$$

$$= 9 \times \frac{7}{6\sqrt{5}} = \frac{21\sqrt{5}}{10}$$

IV (1) $\vec{p} = (x, y)$ とする。

$\vec{a}$ と $\vec{p}$ が垂直より, $\vec{a} \cdot \vec{p} = 0$ だから, $2x - 6y = 0$

よって, $x = 3y$ さらに $\vec{p}$ の大きさが 4 だから, $x^2 + y^2 = 16$

この式に $x = 3y$ を代入して y の値を求めると, $y = \pm \frac{2\sqrt{10}}{5}$

$x = 3y$ より, $y = \frac{2\sqrt{10}}{5}$ のとき $x = \frac{6\sqrt{10}}{5}$, $y = -\frac{2\sqrt{10}}{5}$ のとき $x = -\frac{6\sqrt{10}}{5}$

したがって, $\vec{p} = \left(\frac{6\sqrt{10}}{5}, \frac{2\sqrt{10}}{5}\right), \left(-\frac{6\sqrt{10}}{5}, -\frac{2\sqrt{10}}{5}\right)$

(2) 漸化式を変形すると $a_{n+1} + 2 = \frac{3}{5}(a_n + 2)$

また, $a_1 + 2 = 3$ であるから, 数列 $\{a_{n+1} + 2\}$ は, 初項 3, 公比 $\frac{3}{5}$ の等比数列である。

よって, $a_n + 2 = 3\left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}$ $a_n = 3\left(\frac{3}{5}\right)^{n-1} - 2$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{5}\right)^{n-1} = 0$ であるから, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -2$